

### 3.2.2. Asamblări prin frecare

Asamblări demontabile prin forțe de frecare pot fi: - folosind forma  
- prin strângere

#### 3.2.2.1. Asamblări prin frecare folosind forma pieselor

a). Asamblarea pe con (fig.3.29)

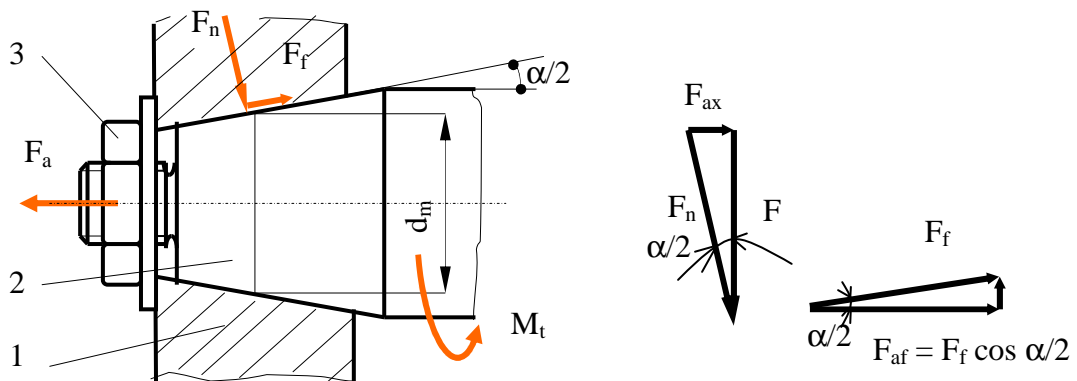


Fig.3.29

Prin arborele 1 se transmite  $M_t$  la butucul 2.

$$M_t \leq M_{f1-2} = M_{t \text{ cup. frecare}}$$

$$\beta M_t = M_{f1-2}$$

coeficient suprasarcină  $\beta = 1,2 \dots 1,5$

$$M_{f1-2} = M_{f1-2} \cdot \frac{d_m}{2} \Rightarrow F_{f1-2} = \frac{2\beta M_t}{d_m}$$

$$\text{dar } F_{f1-2} = \mu p \pi d_m \cdot l$$

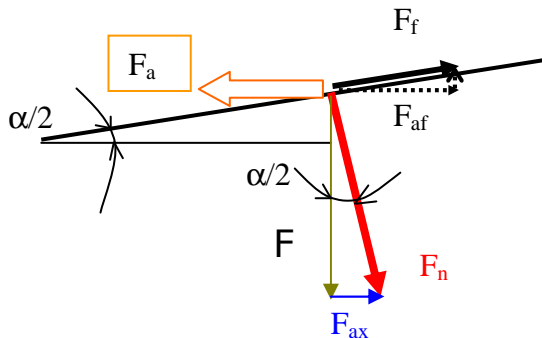
$$\text{sau } p = \frac{F_{f1-2}}{\mu \pi d_m l} = \frac{2\beta M_t}{\mu \pi d_m^2 l} \leq p_a \Rightarrow$$

Valori orientative pentru presiunea admisibilă în funcție de cupla de materiale: 50...90 N / mm<sup>2</sup> OL/OL, 30...50 N / mm<sup>2</sup> OL / Fc

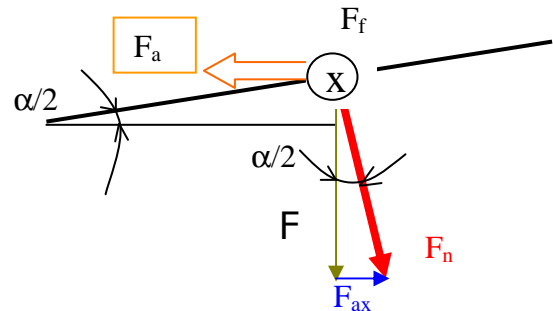
Rezultă lungimea de contact  $l \geq \frac{2\beta M_t}{\mu \pi d_m^2 p_a}$

Se pune problema cunoașterii mărimii forței axiale  $F_a$  pentru a putea transmite un anumit moment  $M_t$ .

La montaj



În funcționare



$$F_a = F_f \cos \frac{\alpha}{2} + F_n \sin \frac{\alpha}{2} = \mu F_n \cos \frac{\alpha}{2} + F_n \sin \frac{\alpha}{2} = F_n \left( \sin \frac{\alpha}{2} + \mu \cos \frac{\alpha}{2} \right)$$

Dar  $F_n = \frac{F_{f1-2}}{\mu} = \frac{2\beta M_t}{d_m \mu} \Rightarrow F_{a \min} = \frac{2\beta M_t}{\mu d_m} \cdot \left( \sin \frac{\alpha}{2} + \mu \cos \frac{\alpha}{2} \right)$

- În funcționare

$$F_a = F_n \sin(\alpha/2)$$

Valorile unghiului  $\alpha$  pot fi:

-  $\alpha_{\text{recomandat}} = 11^{\circ}25'26''$  (încalinare 1:5) maxime  $\Rightarrow$  forțe axiale mari  $\Rightarrow$  pentru organe de mașini ușor demontabile.

-  $\alpha_{\text{recomandat}} = 5^{\circ}43'30''$  (încalinare 1:10) mici  $\rightarrow$  autoblocare  $\Rightarrow$  pentru organe de mașini solicitate axial, transversal și la torsiune

b) *Asamblări cu inele tronconice (fig.3.30)*

La montaj – inelele tronconice 3, 4 sunt montate cu joc, iar prin împingerea axială cu o forță  $F_0$ , inelele se deformează diametral până la anularea jocului.

$$\text{Din forța elasticității} \Rightarrow F_0 \approx \begin{cases} 10000N & \text{pentru } d \in [12;75] \\ 30d & \text{pentru } d \in [80;300] \end{cases} \quad \text{cu}$$

diametrul  $d$  în mm.

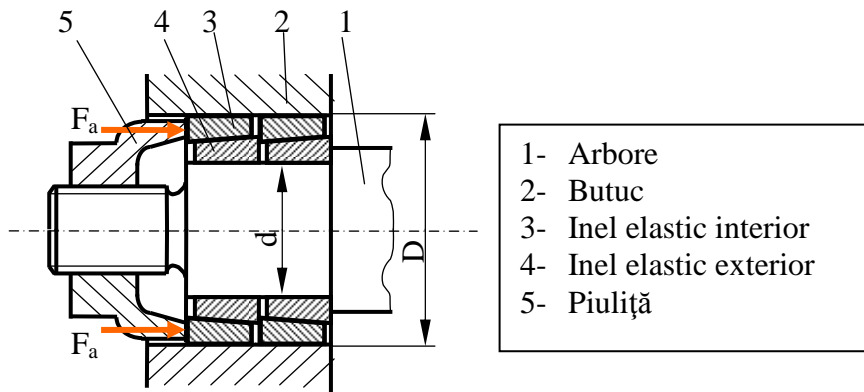
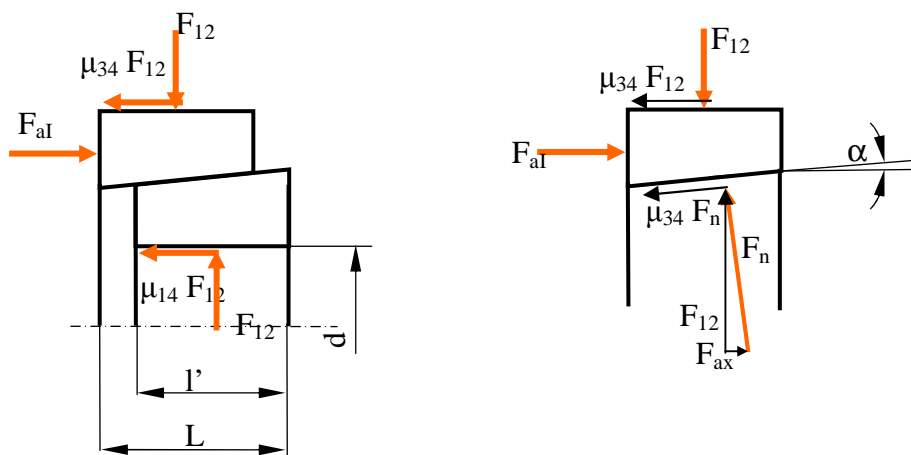


Fig.3.30

Caz 1<sup>0</sup>

Montarea unei singure perechi de inele tronconice (fig.3.31)



$$\alpha = 9...17^\circ ; F_n = \frac{F_{12}}{\cos \alpha} ; F_{ax} = F_{12} \operatorname{tg} \alpha$$

$$\sum \bar{F}_{axial} = 0$$

$$F_{aI} = \mu_{32} F_{I2} + F_{I2} \operatorname{tg} \alpha + \mu_{34} \frac{F_{I2}}{\cos \alpha} \cos \alpha = F_{I2} \left( \mu_{32} + \operatorname{tg} \alpha + \frac{\mu_{34}}{\cos \alpha} \cos \alpha \right) \approx \\ \approx F_{I2} (\mu_{32} + \operatorname{tg} \alpha + \mu_{34})$$

cum însă  $\mu_{32} \approx \mu_{34} = \mu \Rightarrow F_{aI2} = F_{I2} (2\mu + \operatorname{tg} \alpha) \Rightarrow F_{I2} = \frac{F_{aI}}{\operatorname{tg} \alpha + 2\mu}$

dar:  $F_{I2}$  – se poate determina din momentul de torsiune

$$F_{f1-2} = \mu_{1-4} F_{I-2} = \frac{2\beta M_t}{d} \Rightarrow F_{I-2} = \frac{2\beta M_t}{d\mu} \Rightarrow \text{efecte asupra presiunii}$$

$$\Rightarrow F_{aI} = \frac{2\beta M_t}{\mu d} (2\mu + \operatorname{tg} \alpha)$$

Se verifică inelele elastice la presiunea de contact, Cel mai solicitat este inelul interior deoarece aria de contact cu arborele este mai mică decât aria de contact a inelului exterior cu butucul:

$$F_{I-2} = p l' \pi d \Rightarrow p = \frac{F_{I-2}}{l' \pi d} = \frac{2\beta M_t}{\pi d^2 \mu l'} \leq p_a$$

sau se determină  $l' \geq \frac{2\beta M_t}{\pi d^2 \mu p_a}$

Caz 2<sup>0</sup> Asamblări cu mai multe perechi de inele (fig.3.32)

Perechi de inele I, II, IV, ... (n)

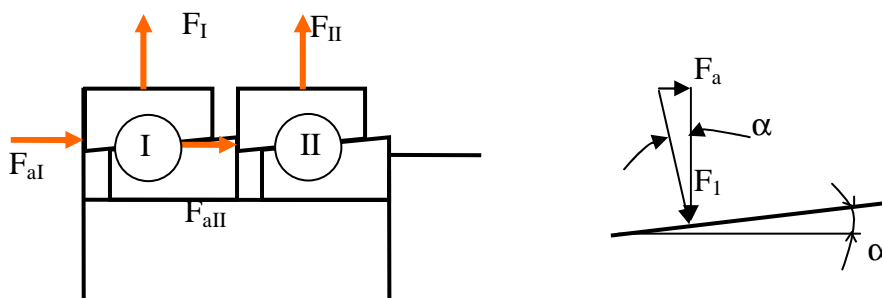


Fig.3.32

Intre forța axială și cea radială, pentru fiecare pereche de inele, există relația de forma

$$F_{aI} = F_I (\operatorname{tg} \alpha + 2\mu)$$

$$F_{aII} = F_{II} (\operatorname{tg} \alpha + 2\mu)$$

$$F_{a(n)} = F_{(n)} (\operatorname{tg} \alpha + 2\mu)$$

dar  $F_{aII} = F_I \operatorname{tg} \alpha$

$$\Rightarrow F_{II} = \frac{F_{aII}}{\operatorname{tg} \alpha + 2\mu} = F_I \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + 2\mu} = F_I q$$

$$F_{(n)} = F_I q^{n-1}$$

$$\Rightarrow M_{f(n)} = \mu F_{(n)} \frac{d}{2} = \mu F_I \frac{d}{2} q^{n-1} = M_{fI} \cdot q^{n-1}$$

$\Rightarrow$  concluzia limitării numărului de perechi, deoarece ultima pereche contribuie foarte puțin la preluarea momentului:

$$M_t = M_{fI} + M_{fII} + \dots + M_{f(n)} = M_{fI} (1 + q + q^2 + \dots + q^{n-1})$$

*Exemplu:*  $n = 4$ ,  $\alpha = 17^\circ$ ,  $\mu = 0,15$  rezultă  $q = 0,5$ .

Astfel,  $M_{fI} = 53,4\% M_t$ ,  $M_{fII} = 26,7\% M_t$ ,  $M_{fIII} = 13,3\% M_t$  și

$M_{fIV} = 6,6\% M_t$ .

*Se observă că ultima pereche transmite numai 6,6% din momentul de torsiune.*

### **3.2.2.1. Asamblări demontabile prin forțe de frecare folosind strângerea pieselor**

a) Strângere cu brățară elastică (clemă) (fig.3.33)

Momentul de torsiune se transmite prin frecarea dintre clemă (brățară) și arbore. Se acceptă un coeficient de siguranță la patinare  $\beta$  (rigurozitatea cunoașterii coeficientului de frecare).

$$\beta M_t = M_{f1-2}; M_{f1-2} = F_f \frac{d}{2} = \mu F_s \frac{d}{2}$$

Pentru a realiza frecarea dintre clemă și arbore este necesară formarea unei presiuni de contact ( $p$ ). Această presiune se formează prin strângerea clemei cu ajutorul unei asamblări filetate, prin introducerea unei forțe  $F_s$  în șuruburi. Forța  $F_s$  se determină din expresia momentului de torsiune ce trebuie transmis.

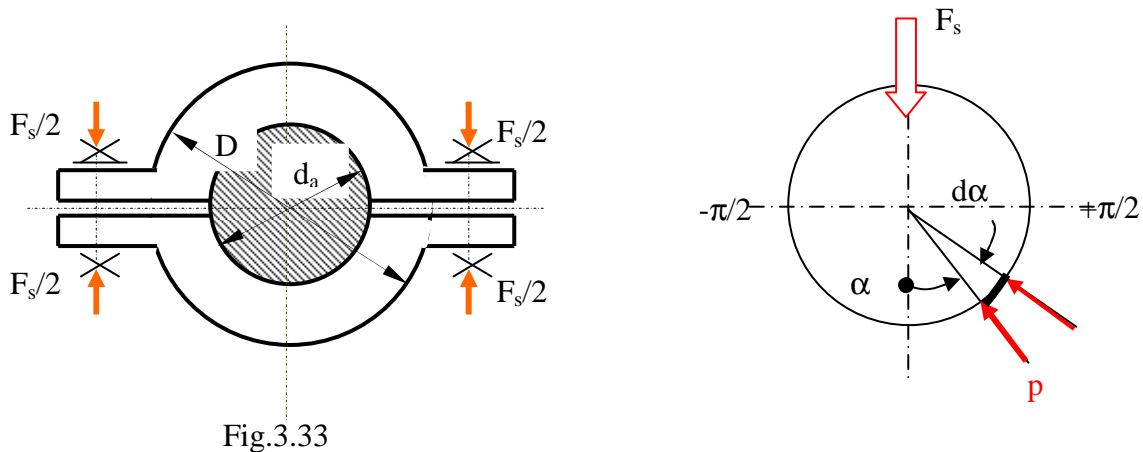


Fig.3.33

Pentru stabilirea corelației dintre presiunea de contact  $p$  și forța  $F_s$ , se consideră că la un unghi oarecare  $\alpha$  de direcția forței presiunea de contact este  $p$ . Corespunzător unui unghi elementar  $d\alpha$  se definește o arie elementară  $dA = l(d_a/2)d\alpha$ , unde  $d_a$  este diametrul arborelui iar  $l$  este lungimea de contact a clemei cu arborele. Pe această arie elementară acționează presiunea  $p$ , care dă o rezultantă ce face cu direcția forței  $F_s$  unghiul  $\alpha$ .

$$\text{Ca atare } F_s = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} p \cos \alpha l \frac{d_a}{2} d\alpha = p d_a l \Rightarrow l \geq \frac{F_s}{d_a p_a}, \text{ unde } p_a \text{ este presiunea de}$$

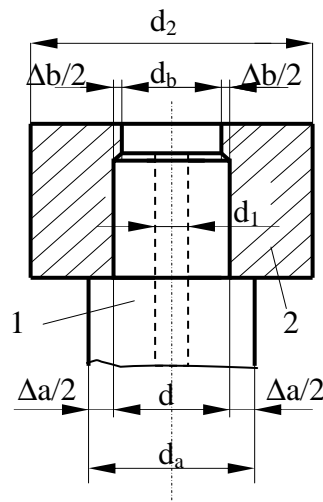
contact admisibilă a clemei, necesară determinării lungimii de contact dintre clemă și arbore.

Pentru șuruburile de strângere, forța  $F_s$  este o forță axială și le solicită la tracțiune și la răsucire în timpul montajului.

Diametrul exterior al brățării elastice:

$$D = (1,8 \dots 2,0) d_a \rightarrow \text{constructiv}$$

b) Asamblări cu strângere proprie (asamblări presate) fig.3.34



1. – arbore
2. - butuc

Strângerea se realizează prin deformarea elastică a elementului de asamblat  $\Rightarrow$  presiune de contact p.

$$d_b < d < d_a$$

- Strângerea diametrală:

$$S = d_a - d_b = (d + \Delta_a) - (d - \Delta_b) = \Delta_a + \Delta_b (\mu_m)$$

- Strângerea relativă:

$$S_r = \frac{d_a - d_b}{d} \cdot 1000 = \frac{S}{d} \cdot 1000^\circ /_{\infty}$$

După criteriul tehnologic de realizare a strângerii:

- presare longitudinală realizată, de obicei la rece, prin introducerea forțată axială = asamblare presată propriu – zisă (cu prese hidraulice, cu șurub);
- presarea radială ca rezultat al contracției piesei cuprinzătoare (încălzită în prealabil) = asamblare fretată (rezistența crește cu 1,5 ... 2 ori față de cele realizate la rece).

*Calculul asamblării presate*

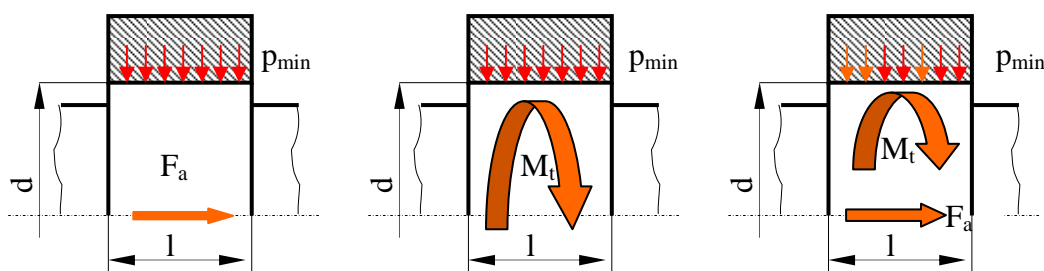
Identic pentru asamblările la rece cu cele fretate – cu observația referitoare la calculul temperaturii de încălzire.

Problemele ce se pun :

- 1<sup>o</sup> stabilirea strângerii în interdependență cu presiunea minimă necesară pentru preluarea forței axiale sau / și a momentului de torsiune ;
- 2<sup>o</sup> cunoașterea tensiunilor produse în piese prin efectul strângerii ;
- 3<sup>o</sup> verificarea presiunii de contact ;
- 4<sup>o</sup> Alegerea ajustajului ;
- 5<sup>o</sup> Determinarea temperaturii de încălzire sau subrăcire la asamblări fretate.

Ipoteza : - deformații în domeniul elastic.

1. Stabilirea strângerii (fig.3.35)



a) forță axială

b) moment de torsiune

c) Forță axială și moment de torsiune

Fig.3.35

$$a) F_a \leq \mu p \pi d l \Rightarrow p_{min} \geq \frac{F_a}{\mu \pi d l} \rightarrow p_{min} = \frac{\beta F_a}{\mu \pi d l} ,$$

$\beta$  fiind un coeficient de suprasarcină

$$b) M_t \leq M_f = F_f \frac{d}{2} = \mu \pi d l p \cdot \frac{d}{2} \Rightarrow p_{min} = \frac{2\beta M_t}{\pi d^2 l \mu}$$

$$F_{f rez} = \sqrt{F_{f axi}^2 + F_{f tay}^2} = \sqrt{(\beta_1 F_a)^2 + \left(\beta_2 \frac{2M_t}{d}\right)^2} \approx \beta \sqrt{F_a^2 + \left(\frac{2M_t}{d}\right)^2} = \mu p \pi d l$$

c)

$$\Rightarrow p_{min} = \frac{\beta \sqrt{F_a^2 + \left(\frac{2M_t}{d}\right)^2}}{\mu \pi d l}$$

Pentru turații mari mai trebuie să se țină seama și de efectul de slăbire cauzat de forțele centrifuge.

Strângerea necesară se determină cu ajutorul relației lui Lamé (teoria elasticității):



$$\Delta_a = p \frac{K_a}{E_a} \cdot d \quad ; \quad \Delta_b = p \frac{K_b}{E_b} \cdot d$$

unde:  $p$  = presiunea de contact care provoacă deformații radiale  $\Delta_a, \Delta_b$

$E_a, E_b$  = modulele de elasticitate longitudinale ale arborelui, respectiv butucului.

$d$  = diametrul comun

$K_a, K_b$  = coeficienți

$$K_a = \frac{d^2 + d_1^2}{d^2 - d_1^2} - \nu_a \quad - \text{pentru piesa cuprinsă (arbore)}$$

$$K_b = \frac{d_2^2 + d^2}{d_2^2 - d^2} + \nu_b \quad - \text{pentru piesa cuprinzătoare (butuc)}$$

⇒ Strângerea efectivă de calcul :

$$S = \Delta_a + \Delta_b = p \left( \frac{K_a}{E_a} + \frac{K_b}{E_b} \right) \cdot d \Rightarrow - \text{strângere minimă necesară}$$

- strângere maximă necesară

$$S_{min} = p_{min} \left( \frac{K_a}{E_a} + \frac{K_b}{E_b} \right) \cdot d \rightarrow \text{strângerea minimă necesară transmiterii}$$

fluxului de forță este funcție de ( $F_a, M_t, F_a$  și  $M_t$ )

$$S_{max} = p_{max} \left( \frac{K_a}{E_a} + \frac{K_b}{E_b} \right) \cdot d \rightarrow \text{strângerea maximă posibilă ca urmare a}$$

presiunii maxime admise pe suprafața de contact

Din standarde se ia  $S_T$  – valoarea tabelară – care corespunde dimensiunii comune a pieselor (diametrul  $d$ ) în stare nemontate; se fac următoarele corecții :

$$S = S_T - (u + u_t + u_f)$$

unde :  $u \approx \frac{1}{2} (R_{a_{max}} + R_{b_{max}})$  - corecție de rugozități ( $R_{a_{max}}, R_{b_{max}}$  – înălțimea maximă a rugozităților);

$u_t = [\alpha_b (t_b - t_0) - \alpha_a (t_a - t_0)] d \rightarrow$  corecție pentru compensarea efectelor dilatațiilor termice diferite.

$$(u = \alpha \cdot l \cdot \Delta t)$$

$t_a, t_b$  – temperaturile arborelui, butucului în timpul funcționării

$t_0$  – temperatură mediu ambiant

$\alpha_a, \alpha_b$  = coeficient de dilatație liniară

$u_f \approx 0 \rightarrow$  corecție datorată deformațiilor elastice cauzate de forța de exploatare.

2. *Tensiunile din piese (fig.3.36):*

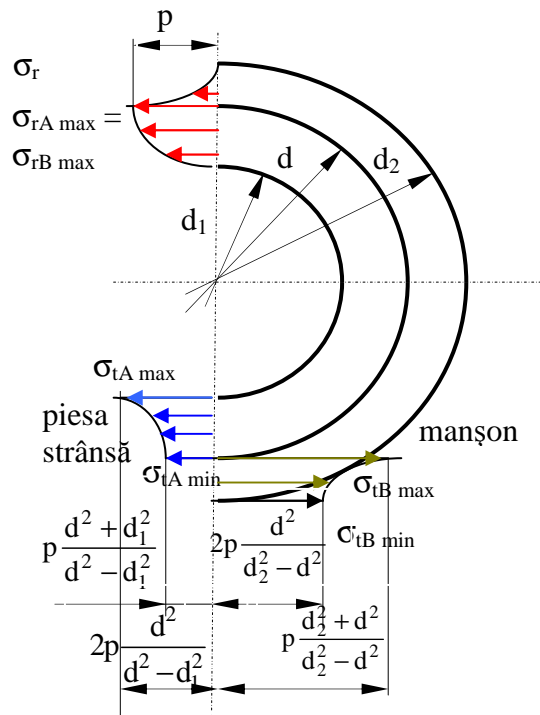


Fig.3.36

Tensiuni radiale

$\sigma_r = 0$  pe suprafața exterioară

-  $p$  pe suprafața interioară

Tensiuni pe direcție tangențială

$\sigma_t = \sigma_{ta}$

$\sigma_{tb}$

### 3. Verificarea la presiune de contact

Limita deformațiilor elastice  $\rightarrow$  deformațiile plastice apar atunci când :

$$\frac{\sigma_t - \sigma_r}{2} = 0,5 \sigma_{\text{critic}}$$

Deci - pentru arbore (suprafața cuprinsă)

$$\sigma_{ta} = \sigma_{ta \max} = 2p \frac{d^2}{d_1^2 - d_1^2}; \quad \sigma_r = p$$

$$\Rightarrow 2p \frac{d^2}{d^2 - d_1^2} + p = \sigma_{\text{cra}} \Rightarrow p = \frac{\sigma_{ca} (d - d_1^2)}{2d^2} = \frac{\sigma_{ca}}{3d^2} = p_{\text{lin}}$$

$$\text{sau } p_{maxa} = \frac{\frac{\sigma_{cra}}{c}}{2 \frac{d^2}{d^2 - d_1^2}} \quad \begin{array}{l} \text{- pentru arbore din oțel, } c = 1,1 \dots 1,3 \\ \text{- pentru arbore din fontă } \sigma_{cr} = \sigma_r, c = 2 \dots 3 \end{array}$$

$$\text{- pentru butuc} \quad \sigma_{tbmax} = p \frac{d_2^2 + d^2}{d_2^2 - d^2}$$

$$\sigma_r = -p$$

$$\Rightarrow p \frac{d_2^2 + d^2}{d_2^2 - d^2} + p = \sigma_{cr} \Rightarrow p = \frac{\sigma_{cr}}{\frac{d_2^2 + d^2}{d_2^2 - d^2}} = p_{lin}$$

$$\text{sau } p_{maxb} = \frac{\sigma_{cr}}{c} \cdot \frac{1}{\frac{d_2^2 + d^2}{d_2^2 - d^2}} + 1$$

Se alege pentru calculul  $S_{max}$  valoarea minimă dintre ( $p_{maxa}$ ,  $p_{maxb}$ )

#### 4. Alegerea ajustajului (fig.3.37)

Prin calcul au fost stabilite  $S_{max}$ ,  $S_{min}$  și  $S_{Tmax}$ ,  $S_{Tmin}$

Toleranța ajustajului  $T_S$ :

$$T_{arbore} + T_{alezaj} \leq T_S \leq S_{Tmax} - S_{Tmin}$$

$$T_{arbore} = d_{amax} - d_{amin}$$

$$T_{alezaj} = d_{bmax} - d_{bmin}$$

Notând  $S_{Tmax}^*$ ,  $S_{Tmin}^*$  strângerile reale, corespunzătoare strângerii alese din STAS, trebuie să îndeplinite simultan condițiile :

$$S_{Tmin}^* \geq S_{Tmin}$$

$$S_{Tmax}^* \leq S_{Tmax}$$

În sistemul alezaj unitar, se alege strângerea care fixează totodată toleranța ajustajului  $T_S$

Calitatea arborelui (clasa de precizie) se ia mai bună decât pentru alezaj și

⇒

$$T_{alezaj} \geq \frac{1}{2}T_S; T_{arbore} \leq \frac{1}{2}T_S$$

Practic se aleg  $T_{alezaj}$  și  $T_{arbore} = T_S - T_{alezaj}$

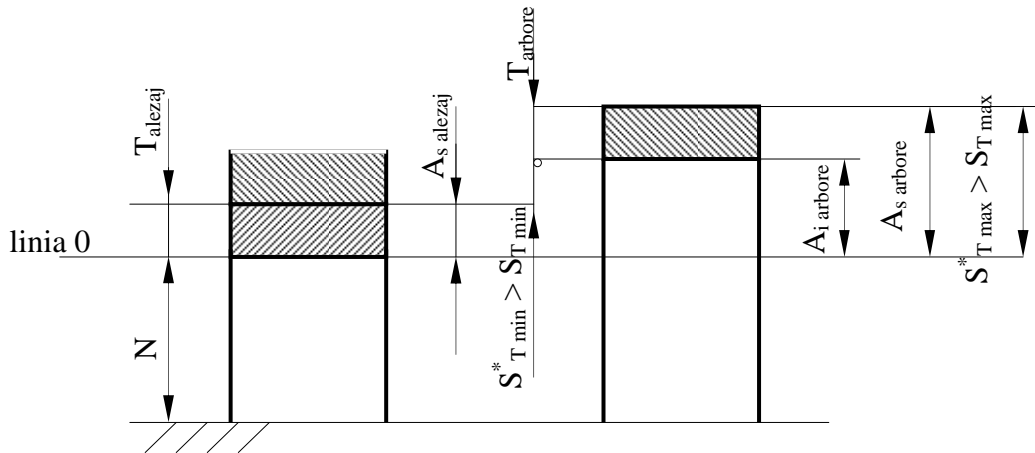


Fig.3.37

### 5. Calculul temperaturii de montare

Prin toleranțele prescrise pentru piesele de asamblat, în urma prelucrării

$$\Rightarrow d_{a \max}, d_{a \min}; d_{b \max}, d_{b \min} \text{ și apoi } \Rightarrow S^*_{T \max} = d_{a \max} - d_{b \min}$$

Pentru a monta ușor, se alege un joc  $j_m$ , astfel că la montaj trebuie să existe următoarele deformații :

$$\text{Def.} = S^*_{T \max} + j_m$$

Dacă se încălzește piesa corespunzătoare, se poate scrie :

$$(S^*_{T \max}) + j_m = \alpha_b(t-t_0)d$$

unde  $\alpha_b$  = coeficient de dilatație =  $1,1 \cdot 10^{-5}$  pentru OL

-  $1 \cdot 10^{-5}$  pentru  $F_c$

-  $1,7 \cdot 10^{-5}$  pentru  $B_z$

⇒ t, la aceasta se adaugă un spor de 15-30% pentru a ține seama de răcirea din timpul montajului.