8. DISPONIBILITATE

8.1. Expresia disponibilității [13, 17, 22, 29]

Disponibilitatea este probabilitatea ca un produs să fie în stare de a-şi îndeplini funcția impusă la un moment oarecare t. Disponibilitatea poate fi obținută considerând evenimentele:

- E_1 - buna funcționare la momentul t;
- E_2 - defectarea înaintea momentului t;
- E_3 - repararea şi readucerea în stare de funcționare la momentul t;

Considerăm un alt eveniment E definit de evenimentele sus-menționate pe baza relației:

$$E = E_1 \cup (E_2 \cap E_3) \tag{8.1}$$

Expresia disponibilității conform definiției va fi

$$D = P(E) = P[E_1 \cup (E_2 \cup E_3)] = P(E_1) + P(E_2) \cdot P(E_3) \tag{8.2}$$

Deoarece $P(E_1) = R$ este fiabilitatea dispozitivului, $P(E_2) = 1 - R$ este probabilitatea de defectare, iar $P(E_3) = M$ este mentenabilitatea, rezultă pentru disponibilitate expresia:

$$D = R + (1 - R)M. \tag{8.3}$$

Introducând expresia (7.4), se obține relația

$$D = 1 - (1 - R)e^{-\mu\tau}. \tag{8.4}$$

Termenul $(1\text{-}R)e^{-\mu\tau}$, denumit *indisponibilitate*, este complementar disponibilității,

$$G = (1 - R)e^{-\mu\tau} \tag{8.5}$$

şi reprezintă probabilitatea că sistemul să fie în stare de nefuncționare la momentul considerat:

$$G(t) = 1 - D(t). \tag{8.6}$$

8.2. Ecuațiile stărilor de disponibilitate şi indisponibilitate [13, 17, 22, 29]

Unui interval $(t,\ t + \Delta t)$ i se asociază următoarele evenimente:

- S_1 - sistemul este în stare bună la momentul t;
- E_1 - menținerea stării de funcționare în intervalul $(t,\ t + \Delta t)$;
- $\bar{S}_1$ - sistemul nu este în stare defectă la momentul dat;
- E_2 - produsul se remediază în intervalul $(t,\ t + \Delta t)$.

Evenimentul S care reprezintă starea de bună funcționare la momentul $t + \Delta t$ este prin definiție:

$$S = (S_1 \cap E_1) \cup (\bar{S}_1 \cap E_2) \tag{8.7}$$

adică, sistemul în stare de funcționare la sfârşitul intervalului $(t, t + \Delta t)$ este, fie cel care era în stare de funcționare la începutul intervalului şi menținut această stare şi în acest interval, fie acela care la începutul intervalului era defect şi a fost reparat în intervalul $(t,\ t + \Delta t)$. Considerând parametrii λ şi μ constanți, rezultă pentru disponibilitate şi indisponibilitate expresiile:

$$D(t) = \frac{\mu}{\lambda+\mu} + \frac{\lambda}{\lambda+\mu} e^{-(\lambda+\mu)\,t}, \tag{8.8}$$

$$G(t) = 1 - D(t) = \frac{\lambda}{\lambda+\mu} - \frac{\lambda}{\lambda+\mu} e^{-(\lambda+\mu)\,t}. \tag{8.9}$$

Pentru durate de timp mari

$$D(t) = \frac{\lambda}{\lambda+\mu} = \frac{MTBF}{MTBF+MTR}. \tag{8.10}$$

Această relație este frecvent utilizată în aplicațiile industriale.

8.3. Procese Markov [2, 6, 12, 17, 22]

Modelul matematic frecvent utilizat în descrierea funcționării unui sistem cu mai multe stări îl formează lanțurile Markov care au la bază următoarele ipoteze:

a) caracteristicile sistemului pot fi exprimate în funcție de caracteristicile componentelor;
b) defectarea unui component este independentă de starea celorlalte;
c) restabilirea este determinată de rata restabilirii μ.

Stările probabile ale unui sistem pot fi reprezentate în intervale discrete sau continue printr-un multigraf orientat (fig. 8.1). Evoluția sistemului depinde de starea în care s-a aflat la începutul intervalului de timp, astfel:

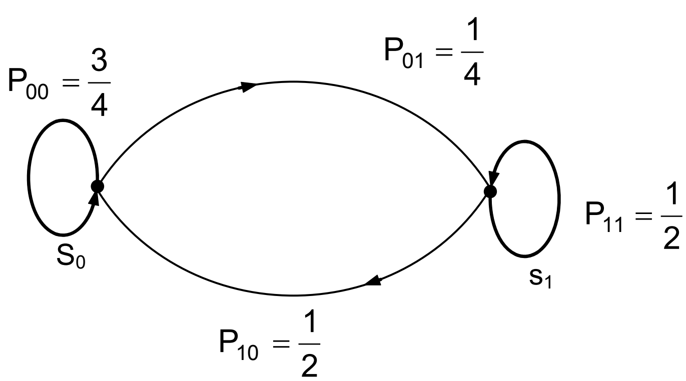

Fig. 8.1. Multigraf orientat cu două noduri:
S_0 – starea de funcționare; S_1 – starea de defect; P_{00} – probabilitatea ca în intervalul considerat sistemul să rămână în stare de funcționare (probabilitatea realizării buclei); P_{01} – probabilitatea ca în intervalul urmărit sistemul să se defecteze (probabilitatea realizării arcului S_0S_1 – tranziției); P_{10} – probabilitatea ca în intervalul urmărit sistemul să fie reparat (probabilitatea realizării arcului S_1S_0); P_{11} – probabilitatea ca în intervalul urmărit sistemul defect să rămână în stare defectă (probabilitatea realizării buclei nodului S_1).

a) pornind de la starea S_0, procesul se poate realiza numai în modul indicat de graful parțial din figura 8.2, a – adică produsul fiind în stare de funcționare (S_0) se va defecta sau va rămâne în stare de funcționare $\left(p_{00} + p_{01} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1\right)$;

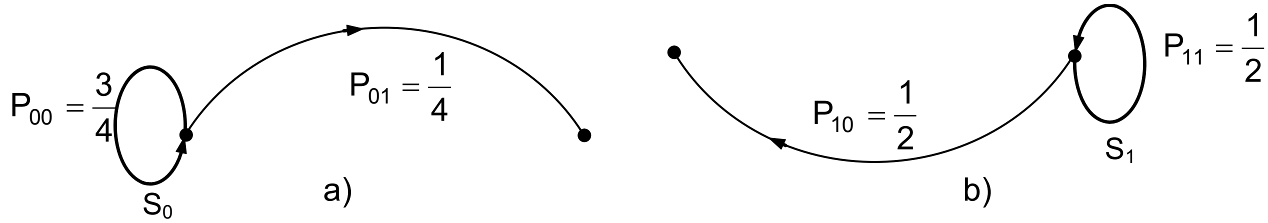

Fig. 8.2. Graf parțial:
a – la începutul intervalului, sistemul este în stare de funcționare; b – la începutul intervalului, sistemul este în stare defectă.

b) pornind de la starea S_1 (defect) procesul se poate desfăşura conform grafului din figura 8.2, b – adică rămâne în stare defectă (p_{11}) sau se restabileşte funcționarea (p_{10}), ($p_{11} + p_{10} = ½ + ½ = 1$). Desfăşurarea procesului de-a lungul mai multor intervale discrete de timp se poate urmări din schema arborescentă din figura 8.3, a sau b, după cum starea inițială a fost de funcționare sau stare defectă.

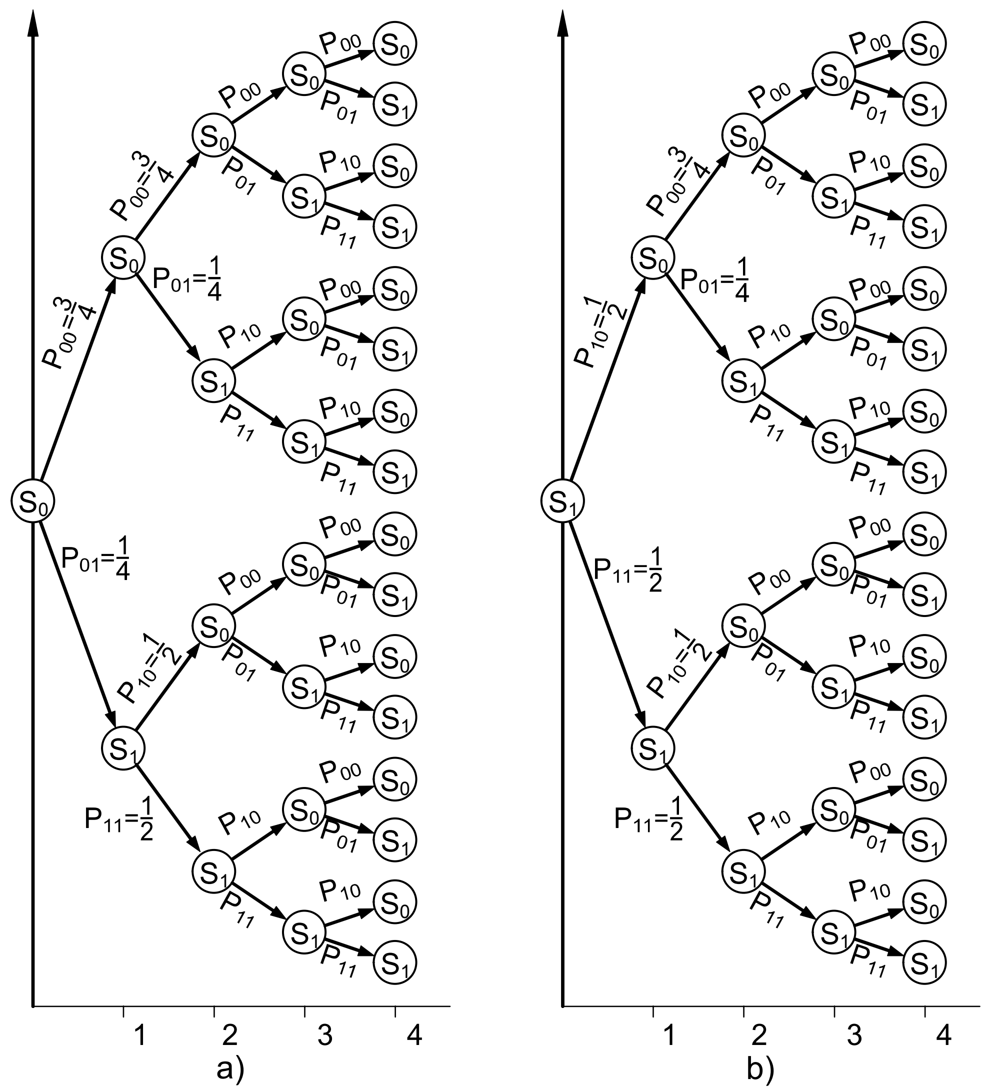

Fig. 8.3. Schema arborescentă a unui proces aleator simplu tip Markov:
a) stare inițială bună (s_0); b) stare inițială defectă (S_1)

Probabilitatea realizării unei stări pe o anumită cale este egală cu produsul probabilităților absolute (precizate la fig. 8.1). După un număr mare de intervale probabilitatea desfăşurării procesului nu mai depinde de starea inițială şi tinde către o valoare constantă (proprietatea de ergodicitate). Pentru procesele cu parametru constant (timpul), se pot utiliza aceleaşi grafuri şi notații. Timpul va fi considerat pe intervale de valori foarte mici Δt, la limită $(\Delta t \to 0)$, procesul fiind continuu. Probabilitățile de tranziție sunt:

$$p_{01} = \lambda \Delta t; \quad p_{10} = \mu \Delta t; \quad p_{00} = 1 - \lambda \Delta t \quad \text{şi} \quad p_{11} = 1 - \mu \Delta t$$

Cu diagramele din figura 8.3 se poate obține şi expresia generală a fiabilității (cu λ constant).